

Interpolazione lineare

Intercetta, coefficiente angolare e coefficiente di correlazione:

$$y = a + bx$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{(n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2) (n \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2)}}$$

Errori su intercetta e coefficiente angolare:

$$S_{aa} = \sigma_a^2 = \sigma_y^2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$S_{ab} = -\sigma_y^2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$S_{bb} = \sigma_b^2 = \sigma_y^2 \frac{n}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

Errore su y e formula di Fisher:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{Q}{n-2}}$$

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 = \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \right) (1 - r^2) = n S_{yy} (1 - r^2)$$

Per ridurre gli errori dovuti alla precisione finita dei calcoli è opportuno sottrarre a tutti gli x_i e y_i i rispettivi valori medi \bar{x} e \bar{y} ; le formule soprascritte risultano ugualmente valide tranne l'intercetta, che diventa

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} + \bar{y} - b\bar{x}$$